Esbós d’una història de la ciència grega

Comença per la noció de triangles semblants, atribuïda a Tales. Tales, de família mig fenícia, fou el mestre d'Anaximandre, el fragment del qual citat més amunt mostra que la seva inspiració era pitagòrica. Un antic diu que Tales i Ferekides —aquell filòsof siri, potser mestre de Pitàgores, que deia "Zeus, al moment de crear, es transformà en Amor"— establien l'aigua com a principi de tota cosa, però que Ferekides d'això en deia el Caos. Si l'aigua primitiva de Tales és idèntica al Caos, és exactament la concepció de les primeres ratlles del Gènesi.

Els triangles semblants són triangles de costats proporcionals, $a/b = c/d = e/f$. Si dos triangles semblants tenen un costat de l’un igual a un costat de l’altre sense ser però triangles iguals, es té una proporció de tres termes, dos d'extrems i un de mitjancer, $a/b = b/c$.

Si hom es posa el problema de construir un triangle que pugui ser dividit en dos de semblants entre si que tinguin un costat en comú, arriba a una construcció del triangle rectangle que dóna immediatament l'anomenat teorema de Pitàgores —la suma dels quadrats dels catets és igual al quadrat de la hipotenusa— i el teorema de l'altura —l’altura és mitjana proporcional dels segments que determina sobre la hipotenusa. El teorema de la inscripció del triangle rectangle en el cercle aportà la virtut del cercle per a la construcció de les mitjanes proporcionals. Efectivament, aquests teoremes seguiren els dels triangles semblants.

La noció de triangles semblants diuen que va permetre a Tales de mesurar l'altura de les piràmides egípcies per les ombres que feien i la relació entre l'alçada i l'ombra d'un home a la mateixa hora. Així, la proporció fa mesurable, i per conseqüent en cert sentit copsable per l'home, la dimensió prohibida, la que duria al cel, l'alçada. Són també els triangles semblants el que ha permès de mesurar les distàncies dels astres.

Aquests teoremes, d'altra banda, permeten de trobar una mitjana proporcional entre dos nombres enters qualssevol.

Es posava la qüestió de saber si aquesta recerca d'una mitjana proporcional es podia fer per mitjà de l'aritmètica, d’una construcció geomètrica o bé solament de la geometria. Fàcilment es demostra que la mitjana proporcional entre u i dos té amb la unitat una relació tal que no poden trobar-se dos nombres enters, l’un doble de l’altre, siguin els que siguin, units per aquesta relació. Car el doble del quadrat d'un enter, de forma $2.n.n$, no pot ser mai quadrat d’un altre. La duplicació del quadrat es pot només operar per la construcció geomètrica d'una mitjana proporcional. Fàcilment es demostra també que tant hi ha mitjana entre u i tot nombre no quadrat com entre u i dos.

Així, aquestes mitjanes, tot i que hagin de comptar entre els nombres, només tenen suport geomètric. D’ací que calia establir que, per a aquestes quantitats, es poden definir rigorosament les operacions aritmètiques i la proporció.

És el que acompleix perfectament el llibre V d'Euclides, la matèria del qual s’atribueix a Eudox, amic de Plató, deixeble del geòmetra pitagòric Anquites. Aquest llibre, el que avui s’anomena la teoria del nombre real, la conté en estat de perfecció. Després de la destrucció de la civilització grega, aquesta teoria es perdé —tot i tenir-se sempre Euclides— simplement perquè ja no es podia comprendre l'estat d'esperit a què corresponia. Durant el darrer mig segle, havent retrobat els matemàtics la necessitat del rigor, aquesta teoria s'ha reinventat, car no se sabia pas que es trobés en Euclides. Se n'han adonat després.

L'essencial d'aquesta teoria és una definició simple, una definició de la proporció mitjançant les nocions de més gran i més petit. Es diu que a és a b com c és a d si $ma>nb$ comporta sempre $mc>nd$ i si $ma<nb$ comporta sempre $mc<nd$, siguin quins siguin els nombres enters m i n. Fàcilment es demostra que aquesta condició es compleix en els triangles semblants. A partir d'aquest moment es pot afirmar amb tot rigor que l'alçada d'un triangle rectangle és la mitjana proporcional dels segments en què subdivideix la hipotenusa.

Així, la relació, que es pot anomenar també nombre —a condició d'entendre-hi nombre real—, es defineix solament per un cert ordre de correspondència que lliga mútuament quatre conjunts d'una infinitat de termes. El nombre o relació (αριθμός ο λόγος) apareix, doncs, com una mediació entre la unitat i el que és il.limitat.

A l'època de Plató, igualment, l'oracle d'Apol.ló, en ordenar de doblar el temple cúbic de Delos, posà als geòmetres grecs el problema de la duplicació del cub. Aquest problema porta a cercar dues mitjanes proporcionals entre 2 i 1 ($2/a = a/b = b/1$). Menecme, deixeble de Plató, dugué aquesta recerca a bon terme. D'altra banda, és l'inventor de la paràbola i de la hipèrbola equilàtera. És per la intersecció d'aquestes corbes que operà la duplicació del cub. Ben mirat, si hom es posa el problema de la recerca de dues mitjanes proporcionals fixant l'atenció en la construcció que permeti de trobar unes tals mitjanes per mitjà del cercle, arriba a una construcció de la paràbola com a secció del con que en conté la fórmula algèbrica. No hi ha cap inversemblança, en que Menecme trobés les seccions del con i les seves fórmules tot cercant dues mitjanes proporcionals entre 1 i 2. Hauria inventat així la noció de funció. En parlar aquí de fórmules, no vull pas parlar de les combinacions de lletres de la nostra àlgebra, sinó del coneixement de les relacions variables de quantitat que expressem per mitjà d'aquestes combinacions, que els grecs no expressaven pas així i tanmateix concebien clarament. La tenien, doncs, la noció de funció. En la història de la seva ciència, apareix lligada a la recerca d'unes mitjanes proporcionals. La primera funció trobada, la fórmula de la paràbola, és la funció que fa de mitjana proporcional entre una variable i una constant.

La invenció del càlcul integral s'atribueix també a Eudox, el qui formulà la teoria del nombre real. Car formulà també el postulat conegut equivocadament amb el nom d'axioma d'Arquímedes. És aquest: "Dues quantitats diem que són desiguals quan la seva diferència afegida a si mateixa pot ultrapassar tota quantitat finita". És la noció de suma d'una sèrie il.limitada. Mitjançant l'ús d'aquesta noció Eudox trobà els volums de la piràmide i el con, i Arquímedes, més tard, la quadratura de la paràbola. Es tracta, doncs, efectivament, d'integració. Una àrea parabòlica es mesura per la suma $1 + 1/4 + 1/16 + 1/64 + 1/256 + \ldots$ Es tracta, doncs, de la suma dels termes d'una progressió geomètrica decreixent il.limitada. Es demostra, pel postulat anomenat axioma d'Arquímedes, que aquesta suma és rigorosament igual a $1 + 1/3$. És la barreja del límit i del que és il.limitat, el que aquí apareix. Una mateixa cosa apareix com a il.limitada i com a finita. Era ja el cas del que equivocadament anomenem els sofismes de Zenó.

El mateix Eudox elaborà un sistema d'astronomia per respondre a la qüestió de Plató de "trobar el conjunt de moviments circulars uniformes que permeti, pel que fa als astres, de salvar les aparences." Reposa en la idea genial de composició de moviments, que és la base de la nostra mecànica. Així com nosaltres construïm el moviment parabòlic dels projectils per mitjà de dos moviments rectilinis, l'un uniforme i l'altre accelerat, així mateix Eudox retia compte de totes les posicions dels astres observades al seu temps suposant diversos moviments circulars uniformes acomplerts simultàniament per un mateix astre entorn d'eixos diferents. Aquesta concepció és tan agosarada, tan pura, com la que defineix el nombre real i la de la sumació d'una suma il.limitada. Si Plató volia solament moviments circulars uniformes, és perquè només aquest moviment és diví, i els astres són, diu, imatges de la divinitat esculpides per la mateixa divinitat. Plató té gairebé certament a la vista aquesta composició de moviments quan parla de l'Altre, rebel a la unitat, harmonitzat per coerció amb el Mateix. El sol, en el seu moviment únic, és arrossegat alhora pel cercle de l'equador i pel de l'eclíptica, que corresponen al Mateix i a l'Altre; i tot plegat només fa un sol moviment.

Durant el període següent de la ciència grega, Ptolemeu reproduïa, de forma molt més grossera, el sistema d'Eudox, Apol.loni continuà les descobertes de Menecme sobre les còniques, i Arquímedes les d'Eudox sobre la integració.

A més a més, Arquímedes fundà la mecànica i la física. La part de la mecànica que anomenem estàtica es troba en ell gairebé acabada, a saber, la teoria de la balança o palanca —que ve a ser el mateix— i la del centre de gravetat, que es desprèn de la primera. La teoria de la balança, que és en ell rigorosament geomètrica, reposa enterament en la proporció. Hi ha equilibri quan la raó dels pesos és la inversa de la raó de les distàncies d'aquests pesos al punt de suport. És per això que la litúrgia pot dir amb tot rigor que la creu fou una balança on el cos de Crist féu de contrapès al món. Car Crist pertany al cel, i la distància del cel al punt d'encreuament de les branques de la creu és a la distància d'aquest punt a la terra com el pes del món és al del cos de Crist. Arquímedes deia: dóna'm un punt de suport i aixecaré el món. Per a complir aquesta paraula calien dues condicions. Primerament, que el punt de suport no pertangués al món.

Després, que el punt de suport fos a una distància finita del centre del món i a una distància infinita de la mà que actua. L'operació d'alçar el món per mitjà d'una palanca només és possible a Déu. L'Encarnació hi posà el punt de suport. Es pot dir també que tot sagrament constitueix un tal punt de suport. I que tot ésser humà que obeeixi perfectament a Déu constitueix un tal punt de suport. Car és al món, però no pas del món. Disposa d'una força infinitament petita, respecte a l'univers, però per l'obediència el punt d'aplicació d'aquesta força és dut al cel. Es pot dir que Déu actua aquí baix només d'aquesta forma, per mitjà dels infinitament petits que, tot i oposar-se a infinitament grans, són eficaços per la llei de la palanca.

Arquímedes fundà la física en elaborar-ne una branca, la hidrostàtica. La construí d'una manera purament geomètrica i sense cap barreja d'empirisme. És una meravella. Reposa també enterament en la proporció. Quan un cos sura, la línia de flotació és tal que la raó entre el volum submergit i el volum del cos és idèntica a la raó entre la densitat del cos i la de l'aigua. Això es demostra, com un teorema de geometria, per simetria, després d'haver postulat que hi ha simetria arreu on hi ha equilibri. L'aigua apareix així com una perfecta balança. Aquesta propietat, que l'emparenta amb la justícia, té potser relació amb el simbolisme del bateig sota la seva primera forma. L'home immergit rep dos empenyiments, l'un cap avall, l'altre cap amunt, i guanya aquest.

No se'n sap gairebé res, dels gèrmens de la química en l'antiguitat, fora que hi ha en Plató una teoria dels quatre elements fonamentada en la proporció. L'aire i l'aigua són dues mitjanes proporcionals entre el foc —que és també claror i energia— i la terra. En suma, hi ha l'energia, la matèria, i dues mitjanes proporcionals que les lliguen. Dues, perquè l'espai és de tres dimensions.

La biologia ja era molt avançada, en temps de Plató, ja que Hipòcrates li és anterior. Es fonamenta principalment en les nocions de proporció i d'harmonia com a unitat de contraris. Hipòcrates defineix la salut com una certa proporció en els parells de contraris que tenen a veure amb el cos viu, com ara fred i calent, o eixut i humit, proporció que ha de respondre al medi; així, per eliminació, l'ésser viu és la imatge del medi.

Nota del traductor:
1.- Aquest text, Simone Weil l'escrigué, a Marsella, entre abril i juny del 1942.